

## 決定論的慣性ラチェットにおける非カオス的ストレンジアトラクター

早大理工 応用物理

三ツ井孝仁, 相澤洋二

Strange Nonchaotic Attractors in a deterministic inertia ratchet

Waseda University

Takahito Mitsui, Yoji Aizawa

ラチェット系は、非対称な周期ポテンシャルを持ち、バイアスのない非平衡ゆらぎから方向性のある運動を取り出すことができる[1]。決定論的慣性ラチェットは、決定論的な運動方程式に従うが、慣性の効果によりカオスを含む複雑なダイナミクスを示す。Mateos は決定論的慣性ラチェットを研究し、分岐現象と流れの反転現象(current reversal)の関連性について報告している[2]：

$$\ddot{x} + b\dot{x} + \frac{dV(x)}{dx} = f(t), \quad V(x) = C - [\sin 2\pi(x - x_0) + 0.25 \sin 4\pi(x - x_0)] / 4\pi^2 \delta, \quad f(t) = a \cos(\omega t).$$

Al-Khawaja は、SQUID ラチェット[3]への関心から、準周期的に駆動される Mateos モデル ( $f(t) = a_1 \sin(\omega_1 t) + a_2 \sin(\omega_2 t)$ ,  $\omega_1 / \omega_2$  は無理数) を調べ、流れの反転現象について報告した[4]。しかし、ダイナミクスの詳しい特徴付けはなされていない。

一般に、準周期的に駆動される非線形システムにおいて、非カオス的ストレンジアトラクター(SNA)が存在しうる[5,6]。SNA は幾何学的にフラクタルであるが、ダイナミクスは正でないリヤプノフ指数を持つ。我々は準周期的に駆動される Mateos モデルを調べ、有限のパラメータ領域で SNA が存在することを確認した。Torus  $\rightarrow$  SNA  $\rightarrow$  Chaos の遷移ルートにおいて、カレントの発生と SNA の発生が同期している場合( $b=0.2$ )と、カオスの発生に同期している場合( $b=0.1$ )が存在した。

今回、SNA の判定には、リヤプノフ指数とフーリエ変換  $X(\Omega, T) = \sum_n^T v_n e^{i2\pi\Omega n}$  を用いた。SNA においては  $|X(\Omega, T)|^2 \approx T^\beta$  ( $\beta \neq 1, 2$ ) であることが知られており、Torus との識別を行うことができる[6]。この方法は他の判定方法に比べ、数値計算上、容易い。ただし、指数  $\beta$  の  $\Omega$  依存性から、アドホックに選んだ  $\Omega$  で必ずしも Torus と SNA を識別できるとは限らない。この点は検討課題である。

[1] Hanggi, P. and Bartussek, R. Lecture Notes in Physics **476**, 294 (1996).

[2] Mateos, J. L. PRE **84**, 258 (2000).

[3] Zapata, I. et al, PRL **77**, 2292 (1996).

[4] Al-Khawaja, S., Physica C **420**, 30 (2005).

[5] Grebogi, C. et al, Physica D **13**, 261 (1984).

[6] Prasad, A. et al, Int. J. Bifur. Chaos Appl. Sci. Eng. **11**, 291 (2001).

[7] Pikovsky, A. S. and Feudel, U., J. Phys. A: Math. Gen. **27**, 5209 (1994).