

# 21aVD-5 定常・非ガウス領域の Large Deviation と極限分布

早大理工 添石喬裕, 新海創也, 相澤洋二

The Large Deviation and Limit Distribution of Stationary Non-Gaussian Chaos  
Takahiro Soeishi, Soya Shinkai, and Yoji Aizawa  
Department of Applied Physics, Advanced School of Science and Engineering,  
Waseda University

## 背景

定常な時系列は観測関数の分布がガウス分布に従うガウス領域とそうではない非ガウス領域に分類できる。ガウス領域においては以下の Moderate Deviation の rate function は決定されている [1]。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{a_n^2/n} \log \mu \left\{ x; \frac{S_n g - n\mu(g)}{a_n} \in [a, b] \right\} = - \inf_{t \in [a, b]} I(t),$$

ただし、 $g$  を  $L^1(\mu)$  関数、 $f$  を不変密度  $\mu$  をもつ写像として  $S_n g(x) = \sum_{j=0}^{n-1} g(f^j(x))$ , さらに  $\mu(g) = \int g d\mu$  と定義し、 $I$  は rate function である。本研究では、非ガウス領域における観測関数の極限分布を求め、Moderate Deviation 理論の rate function を考察する。

## モデル

本研究では変形ベルヌーイ写像

$$x_{n+1} = f(x) = \begin{cases} x_n + 2^{B-1} x_n^B & (x_n \in I_0 = [0, 0.5]) \\ x_n - 2^{B-1} (1 - x_n)^B & (x_n \in I_1 = (0.5, 1]) \end{cases}$$

を用いて、定常な時系列を作る ( $1 < B < 2$ )。そしてこの時系列を次の記号列  $\sigma_n(x_n) = \begin{cases} 1 & (x_n \in I_0) \\ -1 & (x_n \in I_1) \end{cases}$  に変える。さらに記号列の更新位置を示す観測関数

$$G(N, m) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \frac{1}{2} (\sigma(i) - \sigma(i+m))^2 = 1 - C(m)$$

を導入する。 $C(m)$  は相関関数。

## 結果と考察

これまでに非定常領域に関して  $G$  関数のアンサンブル平均は  $\langle G \rangle \sim N^{\alpha-1}$ ,  $\alpha = \frac{1}{B-1}$  ( $2 < B$ ) であることが Darling-Kac-Aaronson(DKA) 定理から導かれている [2]。ただし  $m$  スケーリングは研究されていない。そこで  $\langle G \rangle \sim \frac{m^\kappa}{N^{1-\alpha}}$  と仮定して  $\frac{m}{N} \sim 10^{-3}$  に固定しながら  $m$  を大きくしていき数値計算した。しかし、定常領域においては  $\langle G \rangle \sim (\frac{m}{N})^0$  となるはずだが非定常領域と同じ指数  $\langle G \rangle \sim N^{\alpha-1}$  が出た。この理由を検証するために、分散のスケーリングを計算しさらに Moderate Deviation を用いることで rate function を調べる。

## 参考文献

- [1] L. Bellet and L. Young, Ergod.Th.& Dynam.Sys., (2008), **28**, 587-612
- [2] J. Aaronson, "An Introduction to Infinite Ergodic Theory", (1997), American Mathematical Society.